

ANALIZA E FUNKSIONIT TË HARXHIMEVE NGA ASPEKTI I EKONOMISË KIBERNETIKE

Shaqir ELEZAJ¹, Baki Koleci²

ABSTRAKT

Punimi e shtjellon analizën e funksionit të harxhimeve nga aspekti i aplikimit të Ekonomisë Kibernetike. Analizohen harxhimet e tërësishme, harxhimet mesatare apo ato njëshe, si edhe harxhimet kufitare. Prezantohet metoda e përcaktimit të koeficientit të elasticitetit për harxhimet përkatëse. Gjithashtu jepet një qasje e re e ndërlidhjes së harxhimeve në fjalë më programimin linear dhe jo-linear.

Fjalët Kyçe: Harxhimet e tërësishme, Harxhimet mesatare, Harxhimet kufitare (margjinale), Koeficienti i elasticitetit, Programimi linear dhe jo-linear

1. FUNKSIONI I HARXHIMEVE TË PËRGJITHSHME

Dihet që për sasinë e dhënë të prodhimitarisë duhet të harxhohet sasia përkatëse e elementeve prodhuese. Për çmimin e dhënë të faktorëve prodhues, sipas funksionit të prodhimit, mund të njehsohen harxhimet e përgjithshme të procesit të prodhimit. Kjo do të thotë që teoria e harxhimeve mund të definohet edhe si “teoria e prodhimit e preformuarë në vlerat monetare të elementeve përbërës“. Le të fillojmë nga varësia kriteriale e prodhimitarisë sipas Coob-Douglas-it:

$$Q = AL^{\alpha} K^{1-\alpha}; \quad 0 < \alpha < 1$$

(1)

Ku janë:

Q – është prodhimtaria e procesit prodhues,

L – puna e harxhuar gjatë prodhimit,

¹ **MSc. Shaqir ELEZAJ**, e-mail: shaqir.elezaj@cta-ks.com
CTA sh.p.k., www.cta-ks.com

Tel.: + 386 (0) 49 506 447, Fax: + 381 (0) 39 432 466

Rr. Pjeter Bogdani Nr. 26, 30 000 Peje, Republika e Kosovës

² **Prof. Dr. Baki KOLECI**, e-mail: baki.koleci@fon.edu.mk
FON University, <http://www.fon.edu.mk>

Tel.: + 389 (0) 2 244 55 55, Fax: + 389 (0) 2 244 55 50

Rr. Vojvodina b.b., 1 000 Shkup, Republika e Maqedonisë

K – kapitali i harxhuar në prodhim,
A – konstanta e proporcionalitetit,
 α – konstanta e elasticitetit të prodhimitarisë.

Funksioni i harxhimeve të tërësishme jepet sipas:

$$T = \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot L + \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot K \quad (2)$$

përkatësisht:

$$T = A \cdot L^\alpha \cdot K^{1-\alpha} \quad (3)$$

Harxhimet mesatare (njëshe) përcaktohen sipas varësisë kriteriale, T/L dhe T/K, ashtu që për këtë rast përfitohet:

$$\frac{T}{L} = A \left(\frac{K}{L} \right)^{1-\alpha} ; \quad \frac{T}{K} = A \left(\frac{L}{K} \right)^\alpha \quad (4)$$

Harxhimet kufitare (margjinale) përcaktohen sipas varësive kriteriale parimore, $\partial T / \partial L$ dhe $\partial T / \partial K$, ashtu që tani përfitohet:

$$\frac{\partial T}{\partial L} = A \cdot \alpha \cdot \left(\frac{K}{L} \right)^{1-\alpha} ; \quad \frac{\partial T}{\partial K} = A \cdot (1-\alpha) \left(\frac{L}{K} \right)^\alpha \quad (5)$$

Në Fig. 1 grafikisht janë prezantuar harxhimet përkatëse për parametrat projektuese:
 $A = 1$,
 $L = 100$, $K = 75$.

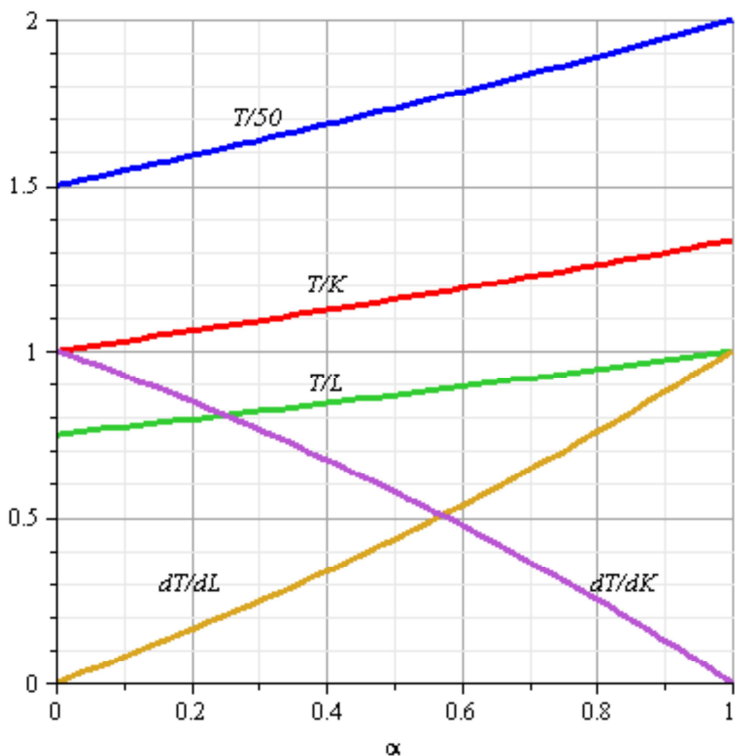


Fig. 1. Prezantimi grafik i harxhimeve përkatëse

Në suaza të Ekonomisë Kibernetike rëndësi të veçantë ka edhe koeficienti i elasticitetit (ε). Dihet që për dy madhësi ekonomike X (ndryshore e pavarure), dhe Y (ndryshore e varure), koeficienti i elasticitetit përcaktohet sipas:

$$\varepsilon(Y, X) = \frac{\partial Y}{\partial X} \frac{X}{Y} \quad (6)$$

Më tutje mund të caktohen koeficientet e elasticitetit për harxhimet përkatëse të definuara më parë. Kështu, për koeficientin e elasticitetit të harxhimeve totale (T) ndaj punës (L), $\varepsilon(T, L)$, dhe ndaj kapitalit (K), $\varepsilon(T, K)$, përfitohet:

$$\varepsilon(T, L) = \alpha ; \quad \varepsilon(T, K) = 1 - \alpha \quad (7)$$

Koeficientet e elasticitetit ndaj harxhimeve përkatëse mesatare, përcaktohen sipas:

$$\varepsilon\left(\frac{T}{L}, L\right) = \alpha - 1; \quad \varepsilon\left(\frac{T}{L}, K\right) = 1 - \alpha$$

$$\varepsilon\left(\frac{T}{K}, L\right) = \alpha; \quad \varepsilon\left(\frac{T}{K}, K\right) = -\alpha$$

(8)

Koeficientet e elasticitetit ndaj harxhimeve përkatëse marginale jepen sipas:

$$\varepsilon\left(\frac{\partial T}{\partial L}, L\right) = \alpha - 1; \quad \varepsilon\left(\frac{\partial T}{\partial L}, K\right) = 1 - \alpha$$

$$\varepsilon\left(\frac{\partial T}{\partial K}, L\right) = \alpha; \quad \varepsilon\left(\frac{\partial T}{\partial K}, K\right) = -\alpha$$

(9)

Koeficientet përkatës karakteristik të elasticitetit grafikisht janë prezantuar sipas Fig. 2. Për shembull, për $\alpha = 0.2$, kur kapitali (K) ndryshon për 1% , atëherë harxhimet totale (T), harxhimet mesatare ndaj punës (T/L) dhe harxhimet marginale ndaj punës ($\partial T / \partial L$) rritën (shenja plus) për 0.8 % , dhe kështu më radhë.

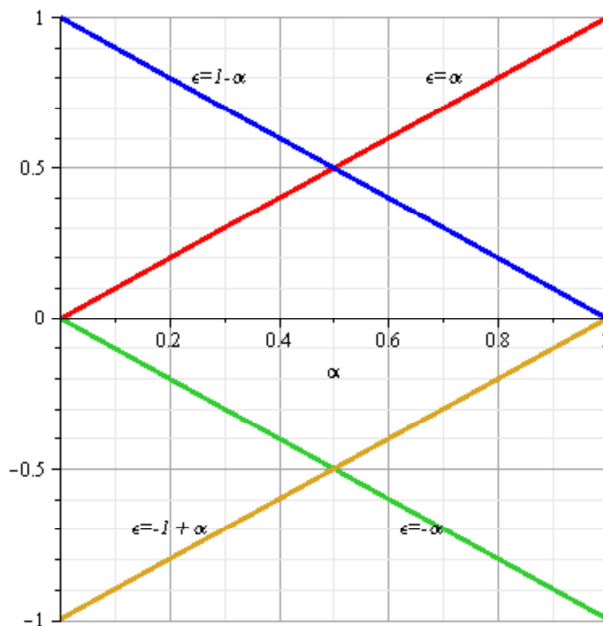


Fig. 2 . Prezantimi grafik i koeficienteve karakteristik të elasticitetit

Më tutje do të analizohen harxhimet totale (të përgjithshme) të prezantuara në formën:

$$T = AQ^3 - BQ^2 + CQ \quad (10)$$

Harxhimet mesatare sipas (10) janë :

$$Q = \frac{T}{Q} = A \cdot Q^2 - B \cdot Q + C \quad (11)$$

Harxhimet marginale jepen sipas:

$$\frac{\partial T}{\partial Q} = 3 \cdot A \cdot Q^2 - 2 \cdot B \cdot Q + C \quad (12)$$

Mund të vërehet që mund të caktohet vlera maksimale për harxhimet mesatare:

$$\frac{\partial(T/Q)}{\partial Q} = 0; \left(\frac{T}{Q} \right)_{\max} = C - \frac{B^2}{4A}; Q = Q_e = \frac{B}{2A} \quad (13)$$

si edhe për harxhimet marginale:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial Q} \right)_{\max} = C - \frac{B^2}{3A}; Q = Q_e = \frac{B}{3A} \quad (14)$$

Në Fig. 3 grafikisht janë prezantuar harxhimet totale, mesatare dhe ato marginale, për parametrat projektues: A = 1, B = 6 dhe C = 20.

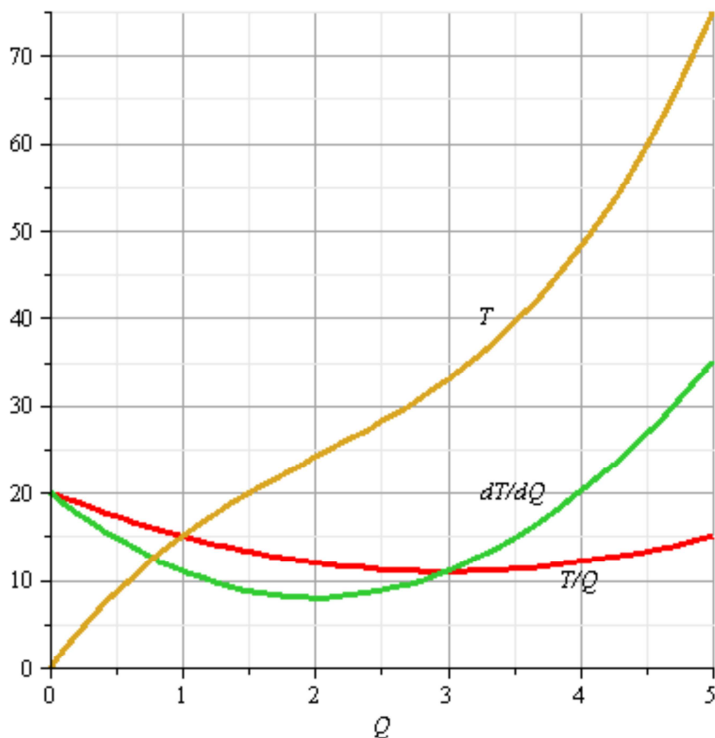


Fig. 3. Prezantimi grafik i harxhimeve përkatëse sipas shprehjes (10)

Koeficienti i elasticitetit $\varepsilon(T, Q)$ tani jepet sipas:

$$\varepsilon(T, Q) = \frac{3AQ^2 - 2BQ + C}{AQ^2 - BQ + C} \quad (15)$$

Koeficienti i elasticitetit $\varepsilon(T/Q, Q)$ përcaktohet sipas:

$$\varepsilon\left(\frac{T}{Q}, Q\right) = \frac{Q \cdot (2 \cdot AQ - B)}{AQ^2 - BQ + C} \quad (16)$$

Për harxhimet marginale koeficienti i elasticitetit kërkohet sipas:

$$\varepsilon\left(\frac{\partial T}{\partial Q}, Q\right) = \frac{Q(6AQ - 2B)}{3AQ^2 - 2BQ + C} \quad (17)$$

Koeficientet përkatës të elasticitetit grafikisht janë prezantuar sipas Fig. 4. Për shembull, vlera minimale e $\varepsilon(T, Q)_{\min} = -0.581$ arrihet për $Q_e = 1.225$, çdo të thotë që kur sasia e prodhimit (Q) ndryshon për 1%, hargjimet totale zvogëlohen (shenja minus) për 0.581%. Vlera minimale $\varepsilon(T/Q, Q)_{\min} = -0.348$ arrihet për $Q_e = 1.723$, çdo të thotë që kur prodhimitaria (Q) ndryshon për 1%, atëherë harxhimet mesatare zvogëlohen (shenja minus) për 0.348 %. Vlera minimale $\varepsilon(\partial T / \partial Q, Q)_{\min} = 0.652$ arrihet për $Q_e = 1.723$, çdo të thotë që kur prodhimitaria (Q) ndryshon për 1%, harxhimet marginale rriten (shenja plus) për 0.652%.

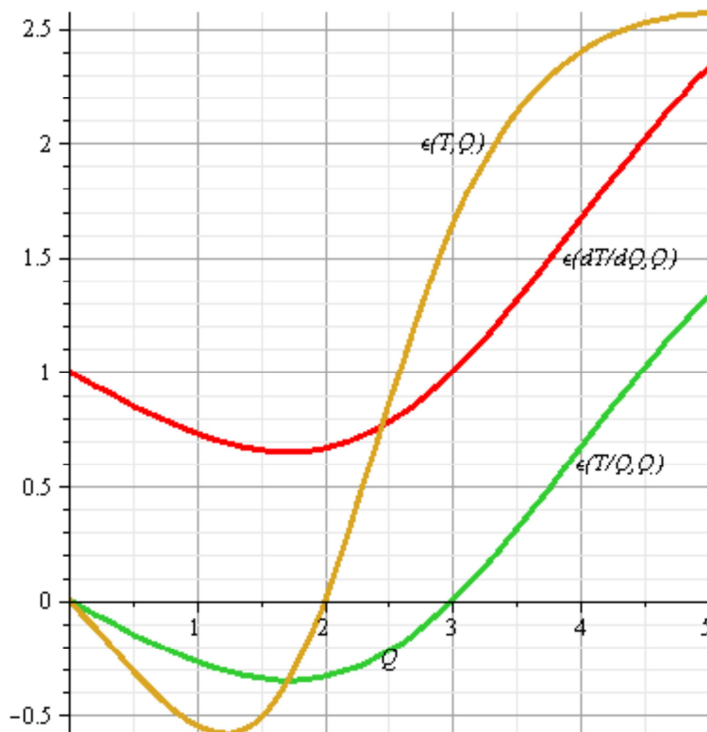


Fig. 4. Koeficientet e elasticitetit për varësinë sipas shprehjes (10)

Më tutje do të analizohet rasti i kombinimit optimal të alokimit të resurseve të punës (L) dhe kapitalit (K) si faktorëve prodhues, ashtu që mund të kërkohet edhe vlera optimale e harxhimeve totale, Fig. 5.

Më tutje, ndaj aplikimit të programimit jo-linear, është e përshtatshme të aplikohet funksionali (Φ) sipas multiplikatorve të Lagrange-it:

$$\Phi = A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{1-\alpha} + \lambda \cdot (D - EL - FK) \quad (18)$$

Sipas derivateve parciale, $\partial\Phi / \partial L = 0$; $\partial\Phi / \partial K = 0$; $\partial\Phi / \partial \lambda = 0$, respektivisht përfitohet:

$$K = \frac{D(1-\alpha)}{F}; \quad L = \frac{\alpha D}{E}; \quad \lambda = \frac{A(1-\alpha)}{F} \exp\left[-\alpha \ln\left(\frac{E(1-\alpha)}{\alpha F}\right)\right] \quad (19)$$

Vlera optimale e alokimit të resurseve të punës (L) dhe të kapitalit (K), është:

$$T = T_{opt} = A \left(\frac{\alpha D}{E}\right)^{\alpha} \left[\frac{D(1-\alpha)}{F}\right]^{1-\alpha} \quad (20)$$

Prezantimi grafik i izoekuantës T_{opt} dhe të drejtimit tangjenciale ndaj optimalizimit, $EL + FK = D$, është i dhënë në Fig. 5. Pika (gjendja ekonomike) P është gjendja ku drejtimi i optimalizimit tangjencial e tangon izoekuantën T_{opt} . Për konditat projektuese, $D = 100$, $E = 2$, $F = 1$, përfitohet, $P(L = 25; K = 50)$.

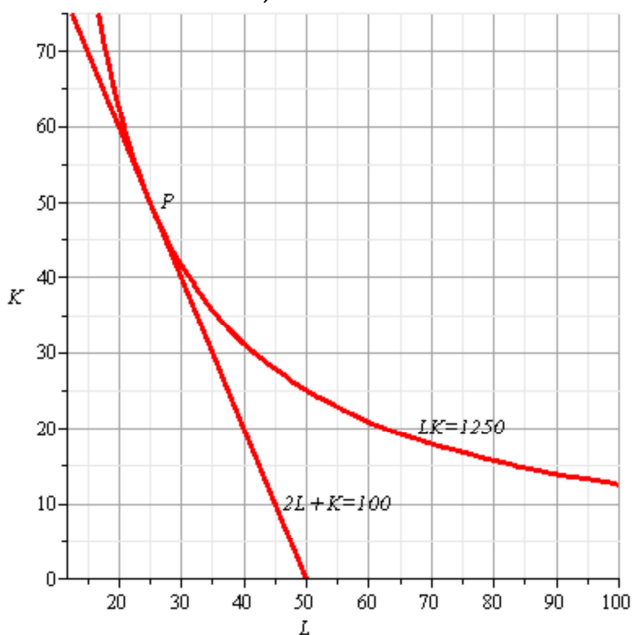


Fig. 5. Në lidhje më alokimin optimal të resurseve të punës dhe të kapitalit

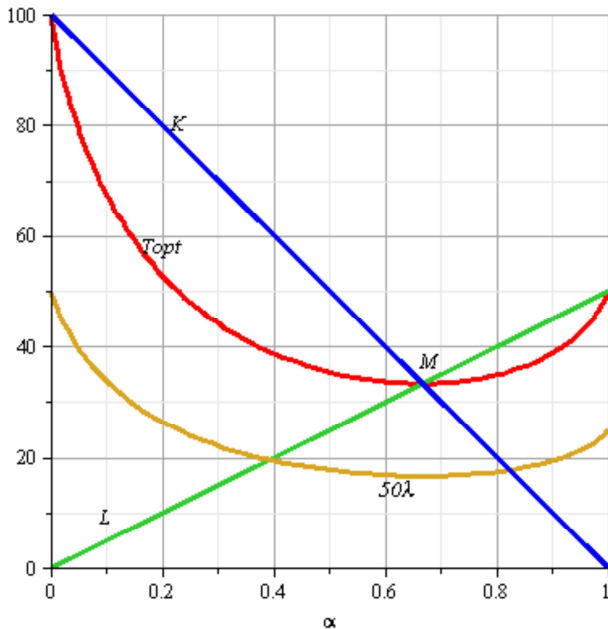


Fig. 6. Prezantimi grafik i madhësive karakteristike sipas funksionalit

Në Fig. 6 grafikisht janë prezantuar madhësitë karakteristike sipas funksionalit të Lagrange-it. Vlera minimale e funksionalit T_{opt} arrihet në pikën (gjendjen ekonomike) M , ashtu që janë të vlefshme shprehjet:

$$\alpha = \alpha_M = \frac{E}{E + F}; \quad T_{opt(min)} = \frac{AD}{E + F}; \quad M(\alpha_M; T_{opt(min)})$$

(21)

Për konditat projektuese përfitohet: $M(2/3; 100/3)$. Në Fig. 7 grafikisht është prezantuar koeficienti i elasticitetit, $\varepsilon(T_{opt}, \alpha)$.

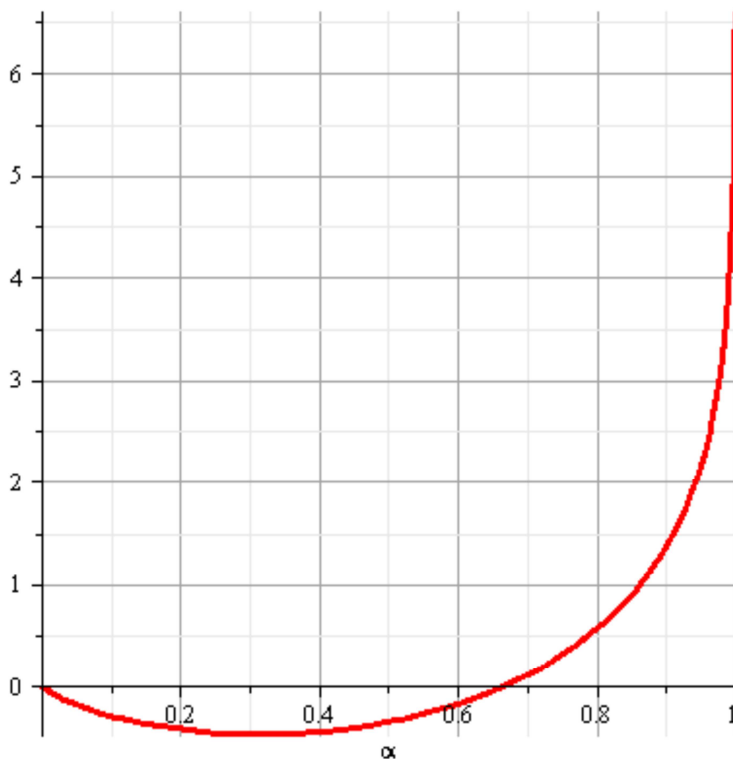


Fig. 7. Prezantimi grafik i koeficientit të elasticitetit $\varepsilon(T_{opt}, \alpha)$

Vlera minimale e koeficientit në fjalë është, $\varepsilon(T_{opt}, \alpha)_{min} = -0.463$, e cila arrihet për $\alpha = 0.316$.

2. KONKLUZIONE

Brenda punimit është shtjelluar problematika e përcaktimit të lojeve përkatëse të harxhimeve, sikurse që janë: harxhimet totale, ato mesatare dhe harxhimet marginale. Është prezantuar së si mund të realizohet alokimi optimal i resurseve të punës dhe të kapitalit, si faktorëve kryesorë të prodhimit, dhe së si përcaktohet vlera optimale e harxhimeve totale. Në lidhje më përcaktimin e harxhimeve optimale totale, analiza paraprake është ndërlidhur më programimin jo-linear, dhe në këtë aspekt është prezantuar një qasje e re, e cila e mundëson thellimin e studimit profesional dhe shkencorë.

3. LITERATURA

Ayres C. E. (1962). *The theory of economic progress*, New York,
Elwood, Buffa S. (1973): *Modern Production Management*, John Wiley and Sons, Toronto,
Dimitrovski R. (2010): *Proekt Menadzement*, FON, Skopje,
Donnelly J., Gibson J., Ivancevich J. (1987): *Fundamentals of Management*, New York,
Drucker P. (1987): *The practice of management*, New York,
Koleci B., Turkeshi N. (2008): *Bazat e Menaxhimit*, Shkup,
Stewart R. (1982): *The reality of management*, New York.